Wie kann der Einsatz der Prognosemethoden der Oracle Anwendungen vorbereitet werden? (1. Teil)

Autor: Dr. Volker Thormählen

In dieser Ausgabe der DOAG News erscheint die 1. Hälfte des Beitrags. Im Mittelpunkt steht die eingebaute Prognosemethode "Focus Forecasting" der Oracle Anwendungen R10.7. Die Darstellung ist wie folgt gegliedert:

Die Fortsetzung erfolgt in der nächsten Ausgabe der DOAG News. Dann dreht sich alles um die Prognosemethode "Statistical Forecasting". Die 2. Hälfte des Beitrags ist wie folgt gegliedert:

Zusammen mit dem Beitrag "Wie funktionieren die Lagerplanungsmodelle der Oracle Anwendungen?", der im Tagungsband der diesjährigen DOAG-Konferenz erscheinen wird, werden die Hauptbestandteile der verbrauchsgesteuerten Lagerdisposition geschlossen dargestellt.

Zusammenfassung

Die im Modul *"Lager"* der Oracle Anwendungen R10.7 enthaltenen Prognosemethoden werden verbal und formal dargestellt. Statistische Maße für den Prognosefehler werden beschrieben und ihre praktische Anwendung wird vorgeführt. Folgende Arbeitsformulare werden präsentiert, die zur Vorbereitung des Einsatzes der Prognosemethoden hilfreich sind:

- Arbeitsformular zur Analyse der Prognosefehler
- Arbeitsformular zur vereinfachten Bestimmung eines Lineartrends
- Arbeitsformular zur Bestimmung verschiedener statistischer Maße für den Prognosefehler
- Arbeitsformular zur Berechnung von Saisonindizes

In Hinblick auf die mögliche Verwendung des Trend- und/oder Saisonmodells der exponentiellen Glättung werden zwei Algorithmen im Pseudo-Quellkode vorgestellt:

- Programmgerippe zur vereinfachten Berechnung eines Lineartrends
- Programmgerippe zur Bestimmung des optimalen Glättungsfaktors α für das Grundmodell der exponentiellen Glättung

Lediglich die eingebauten Prognosemethoden des Moduls *"Lager"* werden dargestellt. Auf die Möglichkeit des Imports von Prognosewerten wird nicht eingegangen. Auch die Möglichkeit, mehrere Einzelprognosen mittels *"PrognoseSets"* zu einer Gesamtprognose zusammenzufassen, wird nicht beschrieben.

1 Überblick

Das Modul *"Lager"* der Oracle Anwendungen beinhaltet 2 Prognosemethoden, die dort in Verbindung mit verbrauchsgesteuerten Lagerplanungsmodellen verwendet werden:

- Adaptive Kettenmethode (*"Focus Forecasting"* im Original)
- Exponentielle Glättung (*"Statistical Forecasting"* im Original)

Im Folgenden werden diese beiden Prognosemethoden kurz mit dem Ziel beschrieben, die für ihren Einsatz notwendigen Vorüberlegungen und Vorarbeiten zu beschreiben.

Der Zusammenhang zwischen den Prognosemethoden und den übrigen Funktionsblöcken der verbrauchsgesteuerten Lagerdisposition in den Oracle Anwendungen ist in Abb. 1 dargestellt.

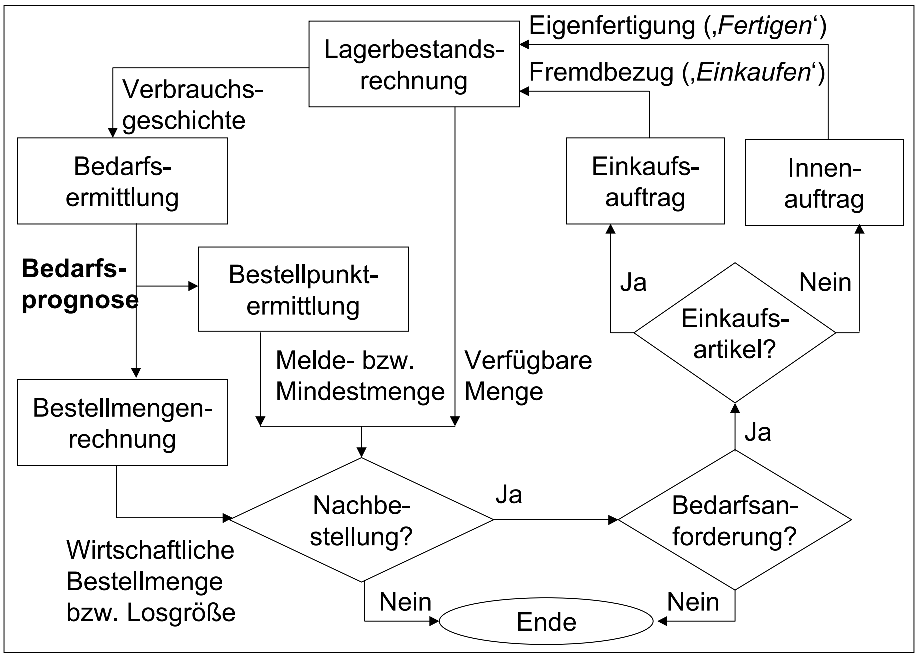

Abb. 1: Grundschema der verbrauchsgesteuerten Lagerdisposition in den Oracle Anwendungen

Prognosewerte werden sowohl für die *Bestellpunktermittlung* als auch für die *Bestellmengenrechnung* benötigt.

2 Focus Forecasting

2.1 Begriff

In der deutschen Lokalisierung des Moduls *"Lager"* wird diese Prognosemethode *"Aspektorientierte Prognose"* oder *"Kurzprognose"* genannt (siehe Abb. 2, Feldname = "Prognose-Methode").

Abb. 2: Maske zur Definition von Prognoseregeln
(Menüpfad: Navigieren, Einrichten, Bezeichnungen, PrognoseRegel)

Dabei werden einfache Erfahrungsregeln zur Prognose benutzt wie beispielsweise *"Prognosewert gleich jüngstem Beobachtungswert"* oder *"Prognosewert gleich Vorjahreswert"*. In der wissenschaftlichen Literatur werden solche Vorgehensweisen als *naive*[1] Prognosemethoden bezeichnet. Ihr kennzeichnendes Merkmal ist der Versuch, aus vorliegenden Zeitreihenwerten ohne größeren Rechenaufwand (das heißt auch: unter stark vereinfachten Annahmen) zu Vorausschätzungen zu gelangen[2].

Zweifellos gehört *"Focus Forecasting"* zu den *naiven* Prognosemethoden. Wird jedoch stärker auf die Abhängigkeitsbeziehungen zwischen den Zeitreihenwerten abgestellt, wäre der Begriff *"adaptive Kettenmethode"* [3] für diese Art der Prognose viel treffender. Dadurch wird ausgesagt,

- dass der Prognosewert F_t in Periode t auf einer Auswahl von Erfahrungsregeln beruht, deren gemeinsames Merkmal darin besteht, dass jeder Beobachtungswert einer Zeitreihe als im Wesentlichen bestimmt durch den früheren Verlauf der Zeitreihe angesehen wird. Die einfachste Erfahrungsregel besagt, dass ein Zeitreihenwert A_t in Periode t von seinem unmittelbaren Vorgänger A_{t-1} und dem Einfluss des Zufalls u_t bestimmt wird, also $A_t = f(A_{t-1}, u_t)$.
- dass die zur Prognose benutzte Erfahrungsregel automatisch ausgewählt wird aufgrund eines statistischen Maßes für den zuletzt beobachteten Prognosefehler.

Im Folgenden wird der Begriff *"adaptive Kettenmethode"* als Bezeichnung für *"Focus Forecasting"* benutzt.

2.2 Herkunft

[1] Siehe u. a. [MAK80, S. 43]. Eine ausführliche Beschreibung naiver Prognosemethoden erfolgt in [CHI72, S. 8-15].

[2] Siehe [HÜT82, S. 75]

[3] Kapferer und Disch [vgl. KAP66, S. 152 f] verwenden den Begriff "Kettenverfahren" für eine Vorgehensweise, bei der jeder Wert einer betrachteten Größe, der prognostiziert werden soll, als abhängig von zeitlich früher gelegenen Werten derselben Größe angesehen wird. Das Kettenverfahren deutet also jeden Wert einer Zeitreihe als im Wesentlichen bestimmt durch deren früheren Verlauf.

Die adaptive Kettenprognose ist offenbar keine Erfindung von Oracle. Bernard T. Smith hat die Methode bereits im Jahre 1978 veröffentlicht . Sie beruht auf folgendem Konzept (vgl. [SMI78, S. 19]):

- Benutze einfache Regeln (i. S. von Prognoseformeln)
- Teste diese Regeln, um dabei herauszufinden, welche für einen gegebenen Artikel am besten arbeitet.
- Benutze diese Regel, um damit den zukünftigen Bedarf dieses Artikels zu prognostizieren.

Die wesentlichen Vorteile dieser Konzeption sind (vgl. [SMI78, S. 11]):

- Einfachheit
- Wenig Dateipflege
- Der Benutzer versteht die Funktionsweise.

2.3 Funktionsweise

Die adaptive Kettenprognose benutzt diejenige Prognoseformel, die in der Vergangenheit am besten funktioniert hat, um die nächste Vorhersage vorzunehmen. Das Verfahren beginnt damit, die Prognose für die vergangene Periode mit einer bestimmten Zahl einfacher Formeln zu simulieren (*nachträgliche Prognose*[4]). Dabei wird die Prognosegüte gemessen, die in der vergangenen Periode von diesen Formeln jeweils erreicht wurde. Diejenige Formel, die das beste Prognoseergebnis in der Vergangenheit erzielt hat, wird für die Prognose in der nächsten Periode benutzt.

Der relative absolute Prognosefehler (Absolute Percentage Error, APE) wird als Kriterium für die Prognosegüte verwandt:

(1) APE = |Istwert - Prognosewert | / Istwert * 100   mit Istwert > 0

Die Prognoseformel mit dem kleinsten relativen Prognosefehler wird eingesetzt, um die Prognose für die nächste Periode zu erstellen.

2.4 Original von B. T. Smith

Tab. 1 beinhaltet das schematisierte Prognosemodell von B. T. Smith. Es umfasst p = 7 Prognoseformeln. Die ersten 6 beruhen auf einfachen Erfahrungsregeln. Die 1. und 2. Formel repräsentieren eine typisch naive Vorhersage. Die 7. Formel stellt eine heuristische Prognose dar; dabei kann die Absatzentwicklung zum Beispiel durch das Befragen von Vertriebsleitern vorhergesagt werden, die den Kundenbedarf aus eigener Erfahrung kennen.

Die adaptive Kettenmethode beruht auf rollierenden Quartalswerten[5]. Die mathematische Darstellung der Originalmethode (siehe Tab. 1) dient einerseits dem *genauen Verständnis* und andererseits der *leichteren Vergleichbarkeit* mit der Variante von Oracle (siehe Tab. 3).

Diejenige Prognoseformel p', die im Quartal q - 1 den kleinsten relativen absoluten Prognosefehler aufweist, wird zur Prognose der Reihenwerte im Quartal q benutzt. Tab. 1 beinhaltet Prognoseformeln, die erfahrungsgemäß am häufigsten gute Prognoseergebnisse liefern. Art und Anzahl der Prognoseformeln werden von B. T. Smith in gesonderten Verfahrensschritten betriebsindividuell bestimmt.

---

[4] Im Fachjargon "retrospektive Prognose" genannt.

[5] Rollierende Quartalswerte entsprechen einer einfachen gleitenden 3-Monatssumme. Beispiel: Am Ende des Monats t repräsentiert die Summe der Beobachtungswerte A in den Monaten (t - 2), (t - 1) und t den entsprechenden rollierenden Quartalswert $A_{q\,(t)}$, wobei $A_{q\,(t)} = \Sigma (A_{t-2}, A_{t-1}, A_t)$

Symbol	Bedeutung	
A	Tatsächlicher Reihenwert	
APE	Relativer absoluter Prognosefehler (⇒ Absolute Percentage Error)	
F	Prognostizierter Reihenwert	
m	Letzter Monat im Quartal q - 1	
p	Prognoseformel, p = {1, ..., 7}	
p'	Prognoseformel mit dem kleinsten APE in Quartal q, wobei p' $\in$ p	
q	Aktuelles Quartal	
q-1	Quartal, das vor (t - 5) Monaten begonnen hat.	
q-2	Quartal, das vor (t - 8) Monaten begonnen hat.	
q-4	Quartal, das vor (t - 14) Monaten begonnen hat.	
q-5	Quartal, das vor (t - 17) Monaten begonnen hat.	
t	Aktueller Monat (= letzter Monat im Quartal q)	
w	Erwarteter Wachstumsfaktor	
x	Prognosehorizont in Quartalen, x = {1, 2, ...}	
Prognosemodell		
$F_{p', q+x}$	$= F_{p', q}$	Prognose für Quartal q + x
$APE_{p, q}$	$= (\lvert A_q - F_{p, q} \rvert) / A_q * 100$ mit p = {1, ..., 7}	APE des aktuellen Quartals q
$A_{q\ (t)}$	$= \sum (A_{t-2}, A_{t-1}, A_t)$	Istwert des aktuellen Quartals q
Prognoseformel p		**Prognosewert in Quartal q = ...**
$F_{p=1, q}$	$= A_{q-4}$	Istwert des Quartals, das vor 12 Monaten begonnen hat
$F_{p=2, q}$	$= A_{q-1}$	Istwert des vorhergehenden Quartals
$F_{p=3, q}$	$= (A_{q-1} + A_{q-2}) / 2$	Mittelwert der vorhergehenden 2 Quartale
$F_{p=4, q}$	$= A_{q-4} * (A_{q-1} / A_{q-5})$	Istwert des Quartals, das vor 12 Monaten begonnen hat, mal Trend. Der Trend wird ausgedrückt durch das Verhältnis der Istwerte des vorhergehenden Quartals und des Quartals, das vor 15 Monaten begonnen hat.
$F_{p=5, q}$	$= A_m$	Istwert des letzten Monats im vorhergehenden Quartal[6]
$F_{p=6, q}$	$= A_{q-4} * w$	Istwert des Quartals, das vor 12 Monaten begonnen hat, mal erwarteter Wachstumsfaktor
$F_{p=7, q}$	Expertenschätzung für Quartal q	

Tab. 1: "Focus Forecasting" nach Bernard T. Smith[7]

Die Funktionsweise der Prognosemethode wird im Folgenden anhand eines Zahlenbeispiels dargestellt. Die tatsächlichen Bedarfsmengen der letzten 6 Quartale liegen vor (siehe Tab. 2). Ende Juni des laufenden Jahres soll die Bedarfsprognose für das 3. Quartal (Jul - Sep) erstellt werden.

Monate im Vorjahr	Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
	t-17	t-16	t-15	t-14	t-13	t-12	t-11	t-10	t-9	t-8	t-7	t-6
Istwert	6	212	378	129	163	96	167	159	201	153	76	30
	A_{q-5} = **596**			A_{q-4} = **388**			A_{q-3} = **527**			A_{q-2} = **259**		
Monate im lfd. Jahr	Jan	Feb	Mrz	Apr	Mai	Jun	Jul	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
	t-5	t-4	t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3			
Istwert	72	90	108	134	92	137						
	A_{q-1} = **270**			A_q = **363**			F_{q+1} = **?**					

[6] Im Quartal q beträgt der Prognosewert nur noch zirka 1/3 des Istwertes im vorhergehenden Quartal. Dabei wird angenommen, dass kein Trend- und Saisoneinfluss vorhanden ist.

[7] Prognosemodell und -formeln abgeleitet aus verbalen Beschreibungen und Zahlenbeispielen in [SMI78] und [SMI91]

Quelle: Istwerte übernommen von [SMI78, S. 18]

Tab. 2: Tatsächliche Bedarfsmengen eines Artikel in den letzten 18 Monaten

Zur Vereinfachung der Darstellung werden nur die beiden Prognoseformeln p = {2, 4} benutzt. In einem ersten Schritt wird durch *nachträgliche Prognose* ermittelt, welche der beiden Prognoseformeln das beste Ergebnis für das vorhergehende Quartal (Apr - Jun) erzielt. Die beiden relevanten Prognosewerte lauten wie folgt:

(2) $F_{p=2,\ q} = A_{q-1} = 270$
(3) $F_{p=4,\ q} = A_{q-4} * (A_{q-1} / A_{q-5}) = 388 * (270 / 596) = 176$

Der effektive Bedarf im 2. Quartal des laufenden Jahres beträgt 363 Mengeneinheiten. Der relative absolute Prognosefehler APE errechnet sich jeweils wie folgt:

(4) $APE_{p=2,\ q} = (|A_q - F_{2,\ q}|) / A_q * 100 = (|363 - 270|) / 363 * 100 = 25{,}6$ Prozent
(5) $APE_{p=4,\ q} = (|A_q - F_{4,\ q}|) / A_q * 100 = (|363 - 176|) / 363 * 100 = 51{,}5$ Prozent

Prognoseformel 2 mit $APE_{2,\ q} = 25{,}6$ liefert den kleinsten relativen absoluten Prognosefehler für das 2. Quartal (Apr - Jun). Deshalb wird diese Formel zur Prognose des Bedarfs im nächsten Quartal (Jul - Sep) benutzt.

(6) $F_{p=2,\ q+1} = A_q = (134 + 92 + 137) = \mathbf{363}$

Sobald die tatsächliche Bedarfsmenge eines beliebigen Monats feststeht, kann die Prognosemethode mit rollierenden Werten für das nächste Quartal wiederholt werden, also Monat für Monat für die jeweils nachfolgenden 3 Monate. Beispiele: Ende Juli ⇒ Prognosequartal = {Aug, Sept, Okt}; Ende August ⇒ Prognosequartal = {Sep, Okt, Nov}.

2.5 Variante von Oracle

Das von Oracle benutzte Prognosemodell für die adaptive Kettenmethode (siehe Tab. 3) ist weitgehend identisch mit dem von B. T. Smith. Auch die ersten 4 Prognoseformeln stimmen überein, jedoch mit dem Unterschied, dass gewöhnlich mit Monats- statt mit Quartalswerten gearbeitet wird. Die fünfte Prognoseformel entspricht Formel 2-3 in [CHI72], die dort zu den einfachen naiven Prognoseverfahren[8] zählt.

Die beiden wesentlichen Unterschiede sind:

- Die Variante von Oracle arbeitet mit fest eingebauten Prognoseformeln, das heißt, der Anwender hat keinen Einfluss darauf. Bei B. T. Smith werden die Prognoseformeln in vorgelagerten Verfahrensschritten betriebsindividuell ermittelt und optimal ausgewählt.
- Die Variante von Oracle enthält keine subjektiven Schätzungen. Bei B. T. Smith dagegen können typisch heuristische Elemente im gesamten Prognoseverfahren berücksichtigt werden. Dadurch entsteht der Eindruck, dass es weniger mechanistisch arbeitet.

[8] Die exponentielle Glättung zählt dort zu den *"more complex naive models"*, weil beide Verfahren letztlich auf einer Zeitreihenanalyse beruhen.

Symbol	Bedeutung	
A	tatsächlicher Reihenwert	
APE	relativer absoluter Prognosefehler (⇒ Absolute Percentage Error)	
F	prognostizierter Reihenwert	
p'	Prognoseformel mit dem kleinsten relativen absoluten Prognosefehler	
p	Prognoseformel, p = {1, ..., 5}	
t	Aktueller Monat t, t = {1, 2, 3, ...}	
t - 1	Vormonat	
x	Prognosehorizont in Monaten, x = {1, 2, 3, ...}	
Prognosemodell		
$F_{p', t+x}$	$= F_{p', t}$	Prognose für Monat t + x
$APE_{p, t}$	$=(\lvert A_t - F_{p, t}\rvert) / A_t * 100$ für $p = \{1, ..., 5\}$	APE des aktuellen Monats t

Prognoseformel p		Prognosewert in Monat t = ...
$F_{p=1, t}$	$= A_{t-12}$	Istwert des gleichen Monats im Vorjahr
$F_{p=2, t}$	$= A_{t-1}$	Istwert des vorhergehenden Monats
$F_{p=3, t}$	$= (A_{t-1} + A_{t-2}) / 2$	Mittelwert der Istwerte der beiden vorhergehenden Monate
$F_{p=4, t}$	$= A_{t-12} * (A_{t-1} / A_{t-13})$	Istwert des gleichen Monats im Vorjahr mal Trend, ausgedrückt durch das Verhältnis der Istwerte des Vormonats und dem Vorvormonat des Vorjahrs
$F_{p=5, t}$	$= A_{t-1} * (A_{t-1} / A_{t-2})$	Istwert des vorhergehenden Monats mal Trend, ausgedrückt durch das Verhältnis der Istwerte des Vormonats und Vorvormonats.

Tab. 3: "Focus Forecasting" nach Oracle

Wenn nur 2 historische Reihenwerte vorhanden sind, kann nur die zweite und dritte Prognoseformel eingesetzt werden. Sobald 13 historische Reihenwerte vorliegen, können alle Prognoseformeln genutzt werden. Während der Anlaufzeit kann die Prognosegüte wegen geringerer Anpassungsfähigkeit des Prognosemodells schlechter sein als danach.

Bei der vierten und fünften Prognoseformel ist darauf zu achten, dass keine Division durch Null vorkommt, falls der als Divisor benutzte Zeitreihenwert in der relevanten Periode gleich Null ist.

Periode		Istwert	**Prognoseformel**				
			p = 1	p = 2	p = 3	p = 4	p = 5
...	...	...					
Jan Vorjahr	t - 14	220					
Feb Vorjahr	t - 13	210				⇓	
Mrz Vorjahr	t - 12	250	⇓			↓ ⇓	
Apr Vorjahr	t - 11	260	↓			↓	
...	...	...					
Jan lfd. Jahr	t - 2	270			⇓		⇓
Feb lfd. Jahr	t - 1	255		⇓	↓ ⇓	⇓	↓ ⇓
Mrz lfd. Jahr	t	290 →		↓	↓	↓	↓
Finden der besten Formel durch Prognose Mrz			250	255	263	304	241
Minimaler relativer abs. Fehler für Mrz in %			7				

			14	12	9	Min ⇒ **5**	17
Apr lfd. Jahr	t + 1	Prognose Apr	260	290	273	**302**	330
Anmerkung: Die Ergebnisse sind ganzzahlig gerundet. Die nach unten zeigenden Pfeile kennzeichnen Istwerte, die in der jeweiligen Prognoseformel benutzt werden: ⇓ für die März-Prognose, ↓ für die April-Prognose. **Quelle:** Istwerte entnommen aus [ORA94, S. 9-300]							

Tab. 4: Zahlenbeispiel für die adaptive Kettenmethode

Ein illustratives Zahlenbeispiel ist in [ORA94, S. 9-300] zu finden. Es wird hier angepasst an die formale Darstellung in Tab. 3 wiedergegeben. Der Istwert im März des laufenden Jahres beträgt 290. Prognoseformel p = 4 weist im März den kleinsten Prognosefehler auf ($APE_{p=4,\ Mrz} = |290 - 304| / 290 * 100 \approx$ **5** %). Der Prognosewerte für den nächsten Monat wird deshalb mit Prognoseformel p = 4 bestimmt. Er beträgt 302. Um den kleinsten Prognosefehler ($APE_{p,Apr}$) nach der Beobachtung des Istwerts für April bestimmen zu können, werden insgesamt folgende Prognosewerte für April berechnet (vgl. letzte Zeile in Tab. 4):

$F_{p=1,\ Apr} = 260$

$F_{p=2,\ Apr} = 290$

$F_{p=3,\ Apr} = (290 + 255) / 2 \approx 273$

$F_{p=4,\ Apr} = 260 * (290 / 250) \approx$ **302** (*eigentlicher Prognosewert* für April des laufenden Jahres)

$F_{p=5,\ Apr} = 290 * (290 / 255) \approx 330$

Abb. 3 illustriert die Trendkurven zufällig verteilter Bedarfswerte. Die jeweilige Punktewolke der Bedarfswerte ist *nicht* dargestellt. Aus Abb. 3 geht hervor, welche Prognoseformeln bei welchen typischen Bedarfsverläufen hauptsächlich zur Anwendung kommen.

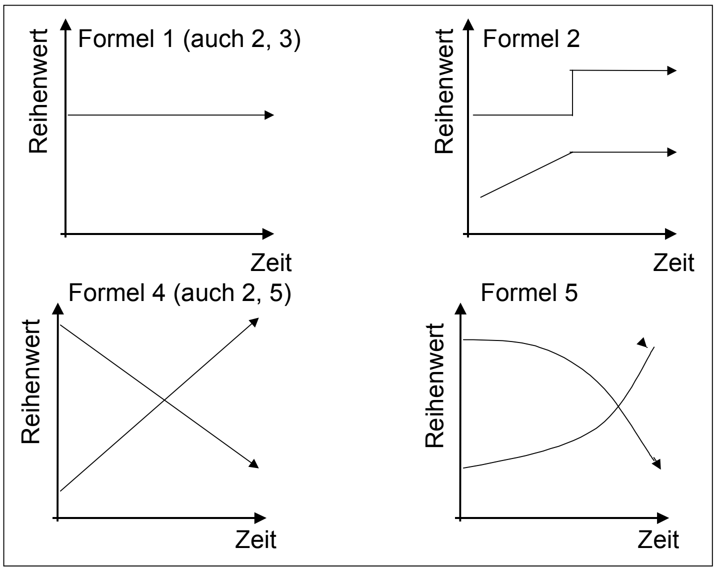

Abb. 3: Auswahl der Prognoseformeln bei verschiedenen Zeitreihenverläufen

2.6 Prognosegüte

Für welche Prognoseobjekte (Artikelarten bzw. Bedarfsverläufe) eignet sich die adaptive Kettenmethode? Diese Frage kann nur durch *nachträgliche Prognose* beantwortet werden. Zur Messung der Prognosegüte können dabei zum Beispiel folgende statistische Maße herangezogen werden (vgl. Tab. 5):

Bezeichnung	**Definition**	
Prognosefehler, $\mathbf{E_t}$	$= A_t - F_t$	für t = 1, 2, ..., T
Absoluter Prognosefehler	$= \lvert E_t \rvert$	für t = 1, 2, ..., T
Quadratischer Prognosefehler	$= E_t^2$	für t = 1, 2, ..., T
	Absolute Fehlermaße	
Mittlere Abweichung, **MA**	$= 1/T \sum E_t$	für t = 1, 2, ..., T
Mittlere absolute Abweichung, **MAA**	$= 1/T \sum \lvert E_t \rvert$	für t = 1, 2, ..., T
Mittlere quadratische Abweichung, **MQA**	$= 1/T \sum E_t^2$	für t = 1, 2, ..., T
Wurzel aus MQA, **WMQA**	$= \sqrt{MQA}$	
	Relative Fehlermaße	
Relativer Fehler	$= E_t / A_t * 100$	für t = 1, 2, ..., T
Relativer absoluter Fehler	$= \lvert E_t \rvert / A_t * 100$	für t = 1, 2, ..., T
Ungleichheitskoeffizient von Theil, **U**	$= \sqrt{[\sum E_t^2 / \sum (A_t - A_{t-1})^2]}$	für t = 1, 2, ..., T mit $0 \leq U$
Wendepunktfehler, **W**	$= (B + C) / (A + B + C)$ (siehe Tab. 6)	mit $0 \leq W \leq 1$

Symbol	**Bedeutung**	**Symbol**	**Bedeutung**
A	beobachteter Reihenwert	t	Periode, t = 1, 2, ..., T
F	prognostizierter Reihenwert	T	Prognosezeitraum

Quelle: In Anlehnung an [HAN83, S. 14 - 17]

Tab. 5: Statistische Maße für den Prognosefehler

Anzahl Wendepunkte ...	**vorher-gesagt**	**nicht vorher-gesagt**
eingetreten	A	B
nicht eingetreten	C	D

Ein Wendepunkt liegt vor, wenn gilt:
$A_t - A_{t-1} > 0$ und $A_{t+1} - A_t < 0$ oder
$A_t - A_{t-1} < 0$ und $A_{t+1} - A_t > 0$

Tab. 6: Schema für die Ermittlung der Wendepunktfehler (siehe Tab. 5, relative Fehlermaße)

2.7 Analyse der Prognosefehler

Zur Analyse der Prognosefehler einer Produktgruppe oder eines ganzen Sortiments können die beschriebenen Fehlermaße zum Beispiel wie folgt benutzt werden:

Artikel	Arithm. Mittel der Istwerte, **AM**	Wurzel aus mittlerer quadrat. Abweichung, **WMQA** (= Standardabweichung)	Mittlere Abweichung, **MA**	Index der Prognosefähigkeit	Beurteilung derPrognosefähigkeit
(a)	(b)	(c)	(d)	(e) = (b) / (c)	(f)
Artikel 1	154	40	-10	3,85	gut
Artikel 2	34	71	-47	0,48	schlecht
...	...	...	...	...	...
Artikel N	294	157	-80	1,87	mittel
Mittelwert				Σ (e) / N	

Tab. 7: Arbeitsformular zur Analyse der Prognosefehler (unvollständig belegt mit beispielhaften Werten)

- Spalte (b) weist je Artikel das arithmetische Mittel der Istwerte A_t aus:

  (7) $AM_{Artikel} = 1/T \sum A_t$ für Periode $t = \{1, 2, ..., T\}$

- Spalte (c) beinhaltet die Standardabweichung des Prognosefehlers, WMQA. Unter der Voraussetzung, dass der Prognosefehler Et normalverteilt ist, hilft die Standardabweichung des Prognosefehlers bei der Festlegung des Melde- und Sicherheitsbestands im Rahmen der verbrauchsgesteuerten Lagerdisposition[9].
- Spalte (d) beinhaltet die mittlere Abweichung, MA. Dieses Fehlermaß zeigt , in welchem Ausmaß die angewendete Prognosemethode durchschnittlich über- oder unterschätzt. Eine negatives (positives) Ergebnis weist auf Überschätzung (Unterschätzung) hin. Bei einer guten Prognosemethode sollte das Ergebnis Null sein.
- Spalte (e) nimmt den Quotienten der Werte aus Spalte (b) und (c) auf:

  (8) Index der Prognosefähigkeit = AM / WMQA

  Ein hoher (niedriger) Index bedeutet gute (schlechte) Prognosefähigkeit. Ein Prognoseverfahren sollte in der Lage sein, eine große Zahl von Artikeln routinemäßig abzudecken. Es kann jedoch vorkommen, dass ein Artikel nicht mehr geeignet ist für Routineprognosen. Solche Artikel müssen erkannt und aus dem Prognoseprozess ausgesondert werden ($\Rightarrow$ manuelle Lagerdisposition).

Normalerweise reichen die in Tab. 7 enthaltenen Fehlermaße aus, um die Prognosefehler für Zwecke der verbrauchsgesteuerten Lagerdisposition zu analysieren. Bei zusätzlichem Informationsbedarf kann das Tabellengerüst mit weiteren Fehlermaßen angereichert werden, beispielsweise durch den Ungleichheitskoeffizienten U (siehe dazu Tab. 5). Eine Prognosemethode ist gut, wenn sie einen kleineren Ungleichheitskoeffizienten[10] liefert als eine naive Prognose mit der Formel $F_t = A_{t-1}$ (vgl. Tab. 3), das heißt, U < 1.

---

[9] Vgl. dazu den Aufsatz des Autors über "Wie funktionieren die Lagerplanungsmodelle der Oracle Anwendungen?" im Tagungsband der DOAG-Konferenz, Fellbach 1999.

[10] Für den Theil'schen Ungleichheitskoeffizienten U gibt es unterschiedliche Definitionen, zum Beispiel:
- $U = [\sqrt{1/T \sum (W_{A,t} - W_{F,t})^2}] / [\sqrt{1/T \sum W^2_{A,t}}]$ wobei $W_{A,t}$ die tatsächliche und $W_{F,t}$ die vorhergesagte prozentuale Veränderung in der Periode t darstellt.

Wie kann der Einsatz der Prognosemethoden der Oracle Anwendungen vorbereitet werden? (2. Teil)
Autor: Dr. Volker Thormählen

Die 1. Hälfte dieses Beitrags ist bereits in der vorigen Ausgabe der DOAG News abgedruckt worden. Im Mittelpunkt der 2. Hälfte steht die Prognosemethode *"Statistical Forecasting"*.

3. Statistical Forecasting

3.1 Begriff

Statistical Forecasting ist im Modul *"Lager"* der Oracle Anwendungen gleichbedeutend mit Prognosemodellen auf der Grundlage der exponentiellen Glättung[11]. Das *"exponential smoothing"* wurde Ende der 50er Jahre in den USA entwickelt[12]. Es handelt sich dabei um univariate Modelle für kurzfristige Prognosen (Routineprognosen). Bei solchen Prognosemodellen werden lediglich die historischen Zeitreihenwerte der zu prognostizierenden Größe herangezogen und in die Zukunft verlängert.

Exponentielle Glättung bedeutet, dass die einzelnen Zeitreihenwerte der Vergangenheit mit geometrisch-degressivem Gewicht in die Zukunft extrapoliert werden statt mit konstant gleichem Gewicht, mit anderen Worten, der jüngste Beobachtungswert besitzt jeweils ein wesentlich höheres Gewicht als ältere. Deren Gewicht tendiert stetig gegen Null. Aus Tab. 8 geht hervor, dass die Summe der Gewichte für alle Perioden immer 1 beträgt. Bei einem Glättungsfaktor α = 0,1 (0,9) beeinflussen rund 70 (5) historische Zeitreihenwerte den aktuellen Prognosewert mit exponentiell abnehmenden Gewicht. Daher nimmt die Empfindlichkeit der exponentiellen Glättung ab (zu), wenn der Glättungsfaktor α kleiner (größer) wird.

Periode	Formel	Gewichtung								
t	α	**0,1**	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**
t-1	$\alpha*(1-\alpha)$	0,09	0,16	0,21	0,24	0,25	0,24	0,21	0,16	0,09
t-2	$\alpha*(1-\alpha)^2$	0,081	0,128	0,147	0,144	0,125	0,096	0,063	0,032	0,009
t-3	$\alpha*(1-\alpha)^3$	0,0729	0,1024	0,1029	0,0864	0,0625	0,0384	0,0189	0,0064	0,0009
t-4	$\alpha*(1-\alpha)^4$	0,0656	0,0819	0,0720	0,0518	0,0313	0,0154	0,0057	0,0013	0,0001
t-5	$\alpha*(1-\alpha)^5$	0,0591	0,0656	0,0505	0,0311	0,0156	0,0061	0,0017	0,0002	
t-6	$\alpha*(1-\alpha)^6$	0,0531	0,0524	0,0352	0,0187	0,0078	0,0025	0,0005	0,0001	
t-7	$\alpha*(1-\alpha)^7$	0,0478	0,0419	0,0248	0,0112	0,0039	0,0009	0,0001		
t-8	$\alpha*(1-\alpha)^8$	0,0431	0,0336	0,0172	0,0067	0,0019	0,0004	0,0001		
t-9	$\alpha*(1-\alpha)^9$	0,0387	0,0268	0,0122	0,0041	0,0010	0,0002			
t-10	$\alpha*(1-\alpha)^{10}$	0,0349	0,0215	0,0084	0,0024	0,0005	0,0001			
t-11	$\alpha*(1-\alpha)^{11}$	0,0314	0,0172	0,0060	0,0014	0,0003				

- U = WMQA / ($\sqrt{1/T \sum A^2_t} + \sqrt{1/T \sum F^2_t}$) wobei A_t den tatsächlichen und F_t den vorhergesagten Zeitreihenwert repräsentiert, vgl. [GAY94, S. 196]

11 Prognosemodelle auf der Grundlage der exponentiellen Glättung wurden von Holt (1957), Brown (1959), Winters (1960) und vielen anderen Autoren veröffentlicht. Eine vergleichende Darstellung der bahnbrechenden Varianten ist u. a. in [WAR63] zu finden. Die hier interessierende Variante von Oracle geht offenbar auf das Prognosemodell von Peter R. Winters zurück, siehe dazu u. a. [MON76, S. 99 ff]. Grund- und Trendmodell sind identisch. Lediglich die Saisonfaktoren des Saisonmodells von Oracle werden anders bestimmt.

12 Vgl. [MEF77, S. 91]

t-12	$\alpha*(1-\alpha)^{12}$	0,0282	0,0137	0,0041	0,0009	0,0001				
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
t-∞	**Summe**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**	**1,0**

Tab. 8: Gewichte einzelner Perioden in Abhängigkeit vom Glättungsfaktor α

Die Zahl n der Monate, die durch einen gegebenen Glättungsfaktor α repräsentiert wird, lässt sich angenähert mit Hilfe von Formel (9) bestimmen:

$$(9)\quad n = (2 - \alpha) / \alpha = 2 / \alpha - 1$$

Durch Auflösung von (9) nach α ergibt sich[13]:

$$(10)\quad \alpha = 2 / (n + 1)$$

Wenn n = 5, dann ist α = 1/3 und umgekehrt. Abb. 4 illustriert die dazugehörige Gewichtung von Vergangenheitsdaten. Tab. 9 enthält 11 weitere Zahlenbeispiele für den Zusammenhang zwischen n und α.

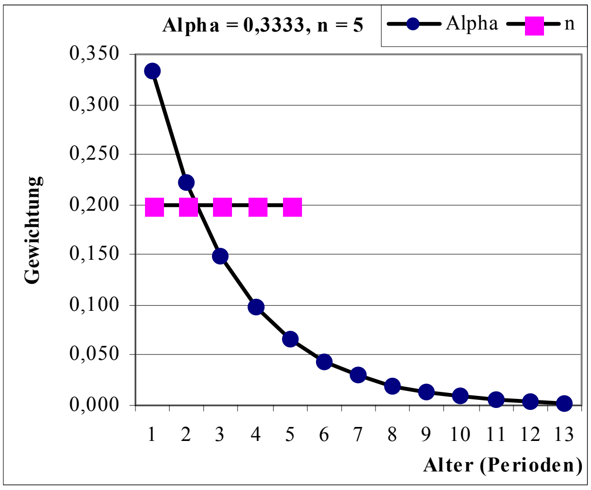

Abb. 4: Gewichtung der Vergangenheitsdaten bei n = 5 und α = 0,33

n = Perioden-zahl bei ein-fachem glei-tendem Mittel-wert	**α** = Glät-tungsfaktor bei ex-ponentieller Glättung
1	1,0000
2	0,6667
3	0,5000
4	0,4000
5	**0,3333**
6	0,2857
7	0,2500
8	0,2222
9	0,2000
10	0,1818
11	0,1667
12	0,1538
...	...

Tab. 9: Zusammenhang zwischen n und α

Im Allgemeinen gilt, dass die exponentielle Glättung mindestens soviel Prognosegenauigkeit bietet wie ein vergleichbarer gleitender Mittelwert, jedoch mit weniger Rechenaufwand, weniger Informationsbedarf und sehr viel größerer Flexibilität bei Änderung des Gewichtungsschemas.

3.2 Prognoseformeln

Das Grundmodell der exponentiellen Glättung benötigt nur 3 Informationen, um eine neue Prognose am Ende der Periode t zu erstellen (vgl. Tab. 10, Grundmodell):

- aktueller Istwert, A_t
- alter Prognosewert, F_t, der am Ende der Vorperiode ermittelt wird, sobald A_{t-1} bekannt ist.
- Glättungsfaktor, α

Zwei Multiplikationen, eine Addition und eine Subtraktion genügen, um am Ende der Periode t mit A_t und F_t den nächsten Prognosewert F_{t+1} zu prognostizieren. Wenn α = 0, dann ist der neue Prognosewert gleich dem alten. Wenn α = 1, dann ist der neue Prognosewert gleich dem jüngsten Istwert.

13 Das durchschnittliche Alter der n Glieder eines gleitenden Mittelwerts für k Perioden beträgt $1/n \sum k$ für $k = \{0, 1, \ldots n - 1\} = (n - 1) / 2$. Bei der exponentiellen Glättung ist das Gewicht eines Reihenwerts nach k Perioden gleich $\alpha * \sum (1 - \alpha)^k * k$ für $k = \{0, 1, \ldots \infty\} = \alpha * (1 - \alpha)^k$. Der dazugehörige Durchschnitt ist $(1 - \alpha) / \alpha$. Wenn α und n vergleichbar sein sollen, dann muss gelten: $(n - 1) / 2 = (1 - \alpha) / \alpha$ oder $\alpha = 2 / (n + 1)$. Vgl. dazu [MON76].

Symbol	Bedeutung	
α	Glättungsfaktor für das Grundmodell, $0 \le \alpha \le 1$, Praxis: $0{,}1 \le \alpha \le 0{,}3$	
β	Glättungsfaktor für das Trendmodell, $0 \le \beta \le 1$, Praxis: $0{,}05 \le \beta \le 0{,}1$	
γ	Glättungsfaktor für das Saisonmodell, $0 \le \gamma \le 1$, Praxis: $0{,}3 \le \gamma \le 0{,}4$	
A	Tatsächlicher Reihenwert	
B	Basiswert	
F	Prognostizierter Reihenwert	
L	Länge d. Saisonperiode (52 Wochen, 12 Monate o. 4 Quartale je Jahr)	
R	Trendwert ("offensichtlicher Trend")	
S	Saisonindex (auch Saisonfaktor genannt)	
t	Aktuelle Periode, t = {1, 2, ,3, ...}	
x	Prognosehorizont, x = {1, 2, .3, ...}	
Grundmodell		
Prognose-wert =	F_{t+x}	$= \alpha * A_t + (1 - \alpha) * F_t$ | $= F_t + \alpha * (A_t - F_t)$
Grund- und Trendmodell		
Basiswert =	B_t	$= \alpha * A_t + (1 - \alpha) * (B_{t-1} + R_{T-1})$
Trendwert =	R_t	$= \beta * (B_t - B_{t-1}) + (1 - \beta) * R_{T-1}$
Prognose-wert =	F_{t+x}	$= B_t + x * R_t$
Grund- und Saisonmodell		
Saisonindex =	S_t	$= \gamma * (A_t / B_{t-1}) + (1 - \gamma) * S_{t-L}$
Basiswert =	B_t	$= \alpha * (A_t / S_t) + (1 - \alpha) * B_{t-1}$
Prognose-wert =	F_{t+x}	$= B_t * S_{t-L+x}$ mit x ={1, 2, ..., L}
Grund-, Trend- und Saisonmodell		
Saisonindex =	S_t	$= \gamma * A_t / (B_{t-1} + R_{T-1}) + (1 - \gamma) * S_{t-L}$
Basiswert =	B_t	$= \alpha * (A_t / S_t) + (1 - \alpha) * (B_{t-1} + R_{T-1})$
Trendwert =	R_t	$= \beta * (B_t - B_{t-1}) + (1 - \beta) * R_{T-1}$
Prognose-wert =	F_{t+x}	$= (B_t + x * R_t) * S_{t-L+x}$ mit x ={1, 2, ..., L}
Quelle: Formeln abgeleitet aus Zahlenbeispielen in [ORA94, S. 9-302 bis 9-308]		

Tab. 10: Prognosemethoden der exponentieller Glättung (Varianten von Oracle)

Abb. 5 illustriert das Grundmodell der exponentiellen Glättung anhand eines einfachen Zahlenbeispiels.

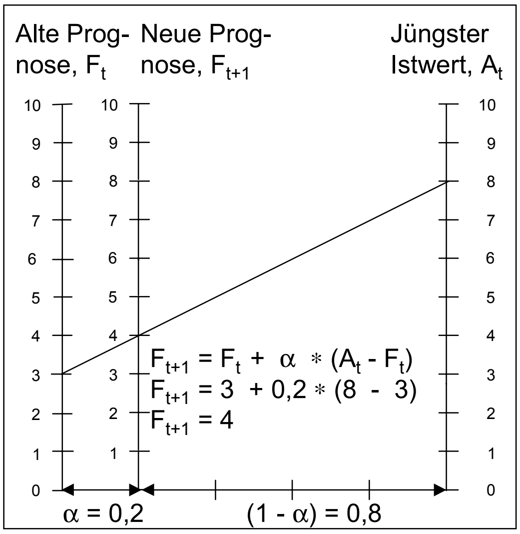

Abb. 5: Graphische Darstellung eines Zahlenbeispiels für das Grundmodell der exponentiellen Glättung

Das Grundmodell lässt sich mit einem Trend- und/oder Saisonmodell verbinden. Die Struktur der zusätzlich benötigten Prognoseformeln gleicht der des Grundmodells.

Tab. 11 beinhaltet die Anwendung des Grund-, Trend- und Saisonmodells auf ein verkürztes Zahlenbeispiel. Am Ende der Periode 23 ist der Beobachtungswert $A_{23} = 270$ bekannt. Für die Folgeperiode wird der Prognosewert F_{24} gesucht. Die dafür erforderlichen Rechenschritte sind im unteren Teil der Tab. 11 dargestellt (vgl. dazu die entsprechenden 4 Formeln in Tab. 10, unten).

Konstanten: Glättungsfaktoren $\alpha = 0{,}50$, $\beta = 0{,}10$, $\gamma = 0{,}30$, Saisonlänge L = 12, Prognosehorizont x = 1						
Periode	**Istwert**	**Saisonindex**	**Basiswert**	**Trendwert**	**Prognosewert**	**Prognosefehler**
t	**A_t**	**S_t**	**B_t**	**R_t**	**F_t**	**$E_t = A_t - F_t$**
11		1,15				
12		1,10				
...	...	...	...	...		
Vorperiode ⇒ 22	290	1,14	255	10,0	296	-6
Aktuelle Periode ⇒ 23	270	**1,11**	**254**	**9**	306	-36
Folgeperiode ⇒ 24	?	?	?	?	**289**	?
S_{23} = 1,11066	$= 0{,}30 * 270 / (255 + 10{,}0) + (1 - 0{,}30) * 1{,}15$					
B_{23} = 254,04935	$= 0{,}50 * 270 / 1{,}11066 + (1 - 0{,}50) * (255 + 10{,}0)$					
R_{23} = 8,90494	$= 0{,}10 * (254{,}04935 - 255) + (1 - 0{,}10) * 10{,}0$					
F_{24} = 289,24971	$= (254{,}04935 + 1 * 8{,}90494) * 1{,}10$					
Quelle: Tabellenwerte entnommen aus [ORA94, S. 9-307] und angepasst an die entsprechenden 4 Formeln in Tab. 10, unten. **Hinweis:** Ergebnisse gerundet						

Tab. 11: Verkürztes Zahlenbeispiel für das Grund-, Trend- und Saisonmodell (Variante von Oracle)

3.3 Prognosemodell

Welches der zur Auswahl stehenden Prognosemodelle sollte in welcher Situation eingesetzt werden? Die Beantwortung dieser Frage erfordert je Artikel eine Zeitreihenanalyse. Wenn eine Trend- und/oder Saisonkomponente in einer Zeitreihe enthalten ist, sollte das Grundmodell der exponentiellen Glättung zusammen mit den entsprechenden Erweiterungen eingesetzt werden. Im Folgenden wird deshalb beschrieben, wie die Trend- und/oder Saisonkomponente mit einfachen Mitteln aus einer Zeitreihe bestimmt werden kann.

Für kurzfristige Prognosen genügt es meistens, einen linearen Trend zu berücksichtigen. Die einfachste Methode, einen Lineartrend in einer Zeitreihe zu erkennen, besteht darin, jeweils die Differenz zwischen zwei Reihenwerten zu bilden, also:

(11) $\Delta A_t = A_t - A_{t-1}$ für $t = \{2, 3, ..., n\}$

Sind die Differenzen ungleich Null und weisen ungefähr die gleiche Größenordnung auf, dann liegt ein linearer Trend[14] vor. Die Summe der ersten Differenzen entspricht dem Unterschied zwischen dem ältesten (A_1) und jüngsten Reihenwert (A_n):

(12) $\sum (\Delta A_t) = A_n - A_1$

Die entsprechende Trendgerade lässt sich mit der Methode der mittleren Differenzen[15] bestimmen. Die mittlere Steigung b des linearen Trends errechnet sich aus der Differenz (A_n - A_1) zwischen dem ersten und letzten Reihenwert dividiert durch die Zahl (n - 1) der Zeitabschnitte.

(13) $b = (A_n - A_1) / (n - 1)$ Steigungsfaktor der Trendgeraden
(14) $a = A_n - b * n$ Schnittpunkt der Trendgeraden mit der Ordinate

Abb. 6 illustriert die Formeln (13) und (14) anhand eines einfachen Zahlenbeispiels:

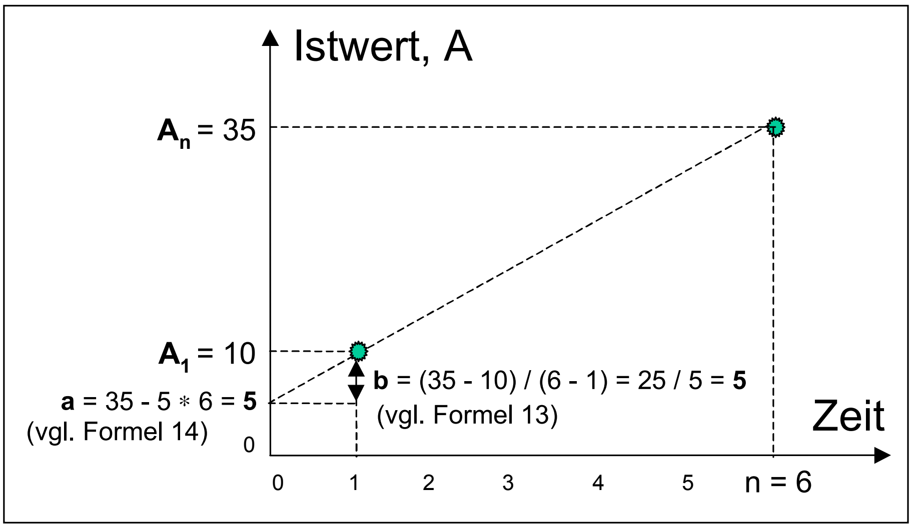

Abb. 6: Graphische Darstellung eines einfachen Zahlenbeispiels für die Formeln (13) und (14)

Ähnlich einfach wie die Differenzenmethode ist die Methode der Hälftemittel. Dabei wird die Zeitreihe in zwei Teile unterteilt und dafür jeweils das arithmetische Mittel bestimmt. Die Gerade, die durch die Halbdurchschnitte verläuft, ist die gesuchte Trendgerade. Sie kann rechnerisch mit der Zweipunkteform[16] bestimmt werden.

Nachteilig ist, dass die beschriebenen einfachen Methoden zur Bestimmung eines Lineartrends letztlich nur auf zwei Beobachtungswerten beruhen. Deshalb wird im Folgenden eine Methode dargestellt, die diesen Nachteil vermeidet.

Die Methode der kleinsten Quadrate ist die am weitesten verbreitete Methode, um eine Gerade an Zeitreihenwerte anzupassen. Um die Ermittlung eines Lineartrends für viele Artikel zu automatisieren, sollte die Methode

---

14 Bei einem Lineartrend mit Ordinatenabschnitt a und Steigung b gilt folgendes: $A_t = a + b * t$ und $A_{t-1} = a + b * (t - 1)$. Daraus folgt: $A_t - A_{t-1} = b$ für Periode $t = \{2, 3, ..., n\}$

15 Vgl. [MEF77, S. 65f]

16 Für die Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ lautet die Zweipunkteform wie folgt: $(y - y_1) / (x - x_1) = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$

der kleinsten Quadrate programmiert werden. Folgendes Zahlenbeispiel zeigt, wie das auf einfache Weise möglich ist.

Angenommen die Zeitreihe der Nachfrage eines Artikels liegt für n = 5 Jahre vor, nämlich von 1994 bis 1998 (siehe Tab. 12, Spalte a). Die Berechnung der gesuchten Parameter a und b eines linearen Trends lässt sich vereinfachen, wenn für die Zeitwerte nicht die Zeitangaben selbst, sondern natürliche Zahlen $t_i = \{1, 2, 3, ..., n\}$ benutzt werden (siehe Tab. 12, Spalte b), wobei die Zeitangabe im Allgemeinen wie folgt definiert sein kann:

(15) Zeitraster = {Tag, Woche, Monat, Quartal, ...}

Eine weitere Vereinfachung besteht darin, die Zeitwerte so zu wählen, dass ihre Summe Null ergibt (siehe Tab. 12, Spalte c) . Deshalb werden die Zeitwerte t_i wie folgt nach z_i transformiert:

(16) $z_i = t_i - (n+1)/2$ für i = {1, 2, 3, ..., n}

In (16) symbolisiert n die Zahl der Zeitreihenwerte x_i. Zwei Beispiele:

- Wenn n = 5, dann transformierte Zeitwerte = {-2, -1, 0, +1, +2}
- Wenn n = 6, dann transformierte Zeitwerte = {-2,5, -1,5, -0,5, +0,5, +1,5, +2,5}

Jahr	Zeit-wert	Zeitwert, trans-formiert	Reihen-wert	Zeit-wert²	Zeitwert * Reihenwert	Linear-trend
i	t_i	$z_i = t_i - (n+1)/2$	x_i	z_i^2	$z_i * x_i$	$T_{xi}=614+60*z_i$
(a)	(b)	(c) = (b) - (5+1)/2	(d)	(e)=(c)*(c)	(f) = (c) * (d)	(g)=a + b *(c)
1994	1	-2	520	4	-1040	494
1995	2	-1	580	1	-580	554
1996	3	0	540	0	0	614
1997	4	1	640	1	640	674
1998	5	2	790	4	1580	734
	$\sum t_i = 15$	$\sum z_i = 0$	$\sum x_i = 3070$	$\sum z_i^2 = 10$	$\sum (z_i * x_i) = 600$	$\sum T_{xi} = 3070$

Tab. 12: Arbeitsformular[17] zur vereinfachten Bestimmung eines Lineartrends

Die gesuchten Parameter a (Ordinatenabschnitt) und b (Steigungsfaktor) des Lineartrends lassen sich unmittelbar mit Hilfe der Spaltensummen in Tab. 12 berechnen:

(17) $a = \sum x_i / n$ = Summe (d) / n = 3070 / 5 = 614
(absolutes Glied)
(18) $b = \sum (z_i * x_i) / \sum z_i^2$ = Summe (f) / Summe (e) = 600 / 10 = 60
(Steigung)

Spalte (g) der Tab. 12 weist die entsprechende lineare Trendfunktion und die dazugehörigen Trendwerte aus. Durch die zuvor durchgeführte Transformation der Zeitwerte liegt der Ursprung im Zeitpunkt 1. Juli 1996. Die Transformation wird rückgängig gemacht, indem das arithmetische Mittel ($\sum t_i / n = 15 / 5 = 3$) der ursprünglichen Zeitwerte jeweils von den Zeitwerten t_i abgezogen wird. Die lineare Trendfunktion des Zahlenbeispiels in Tab. 12 lautet schließlich:

(19) $T_{xi} = 614 + 60 * (t_i - 3) = 434 + 60 * t_i$

Abb. 7 stellt die Zeitreihenwerte aus Tab. 12, Spalte (d), und den Lineartrend gemäß Formel (19) graphisch dar.

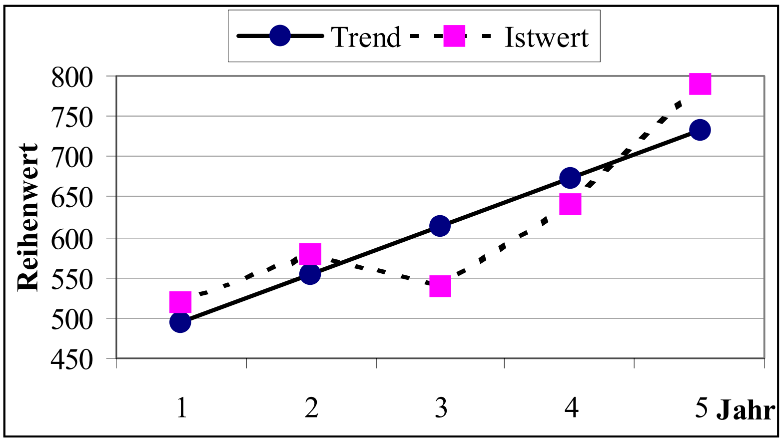

Abb. 7: Fünf Zeitreihenwerte und dazugehöriger Lineartrend (vgl. Tab. 12)

17 In Anlehnung am [YAM76, S. 321]

Die Programmierung des beschriebenen Trendverfahrens kommt mit einer einzigen Schleife über die relevanten Zeitreihenwerte aus (siehe Abb. 8). Bei n = 5 lautet der erste transformierte Zeitwert -(5 - 1) / 2 = -2. Durch die Erhöhung des transformierten Zeitwerts um 1 je Schleifendurchlauf ergeben sich die zur vereinfachten Berechnung des Trends benötigten Einzelwerte in Spalte (c) der Tab. 12.

```
Ermittle die Zahl n der Zeitreihenwerte
Zeitwert                     ⇐ 1
Transformierter Zeitwert           ⇐ -(n -1) / 2
Summenvariablen laut Tab. 12  ⇐ 0
Lese den ersten Zeitreihenwert
SOLANGE Zeitwert <= n
      Berechne die Einzelwerte in den Spalten (e) und (f) der Tab. 12
      Kumuliere die Einzelwerte in den dazugehörigen Summenvariablen
      Zeitwert               ⇐ Zeitwert + 1
      Transformierter Zeitwert      ⇐ Transformierter Zeitwert + 1
      Lese den nächsten Zeitreihenwert
ENDE SOLANGE
Berechne die Parameter a und b des Lineartrends nach den Formeln (17) und
(18)
Korrigiere die Trendfunktion gemäß Formel (19)
```

Abb. 8: Programmgerippe zur vereinfachten Berechnung eines Lineartrends

Wie die Saisonkomponente in einer Zeitreihe erkannt und isoliert werden kann, wird in Abschnitt 3.5 dargestellt. Dabei wird obiges Zahlenbeispiel (siehe Tab. 12) fortgesetzt.

3.4 Glättungsfaktoren

Je nach eingesetztem Prognosemodell (siehe Tab. 10) sind bis zu 3 Glättungsfaktoren vorzugeben, nämlich α, β und γ (siehe auch Abb. 9). Welche Werte sollen dafür gewählt werden? Die folgenden Überlegungen zum α-Wert des Grundmodells gelten analog auch für die den β-Wert des Trendmodells und den γ-Wert des Saisonmodells.

Wenn im Grundmodell $\alpha = 0$ gesetzt wird, dann ist der neue Prognosewert gleich dem alten. Wenn $\alpha = 1$ gewählt wird, dann ist der neue Prognosewert gleich dem jüngsten Istwert. Häufig wird ein Wert von 0,3 oder kleiner gewählt. Ein niedriger α-Wert führt allerdings zu schlechten Prognoseergebnissen, wenn sich die Istwerte sprunghaft ändern. Dann dauert es relativ lange, bis sich die Prognosewerte an das neue Niveau angepasst haben. Abb. 10 beinhaltet 3 typische Situationen, in denen eine automatische Anpassung des Glättungsfaktors α wünschenswert wäre.

- Wenn die Reihenwerte zufällig um einen Mittelwert schwanken, ist ein niedriger α-Wert vorteilhaft (siehe Abb. 10, Situation 1).
- Wenn sich das Niveau der Reihenwerte plötzlich erheblich ändert (siehe Abb. 10, Situation 2), ist ein hoher α-Wert notwendig, um eine schnelle Anpassung der Prognosewerte an die Istwerte zu erreichen.

Ein computergestütztes Prognosemodell auf der Grundlage der exponentiellen Glättung sollte die automatische Anpassung der erforderlichen Glättungsfaktoren erlauben, um auf einen Wechsel im Muster der Zeitreihenwerte angemessen reagieren zu können. Diese Reaktionsfähigkeit ist insbesondere dann erforderlich, wenn für sehr viele Artikel routinemäßig Bedarfsprognosen erstellt werden müssen, ohne dass manuelle Eingriffe notwendig werden.

Die automatische Anpassung der Glättungsparameter setzt die laufende Überwachung statistischer Fehlermaße voraus, die Auskunft über die erzielte Prognosegüte geben. Sobald eine Maßgröße eine kritische Ober- oder Untergrenze überschreitet, werden die Glättungsfaktoren auf vorprogrammierte Weise nach oben oder unten angepasst (vgl. dazu die in [THO74, S. 154 ff] beschriebenen Ansätze und die dazugehörige Literatur).

Abb. 9: Maske zur Erfassung der Prognosemodelle und der dazugehörigen Glättungsfaktoren in der Reihenfolge α, β und γ (Menüpfad: Navigieren Einrichten Bezeichnungen PrognoseRegel)

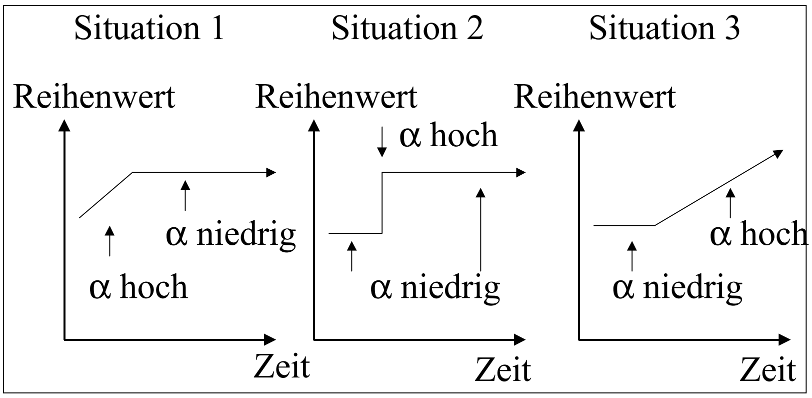

Abb. 10: Wünschenswerte α-Werte in verschiedenen Situationen

Die von Oracle im Modul *"Lager"* realisierten Prognosemodelle auf der Grundlage der exponentiellen Glättung lassen *keine* automatische Anpassung der Glättungsfaktoren zu.

Im Folgenden wird für das Grundmodell der exponentiellen Glättung beschrieben, wie der Glättungsfaktor α durch *nachträgliche Prognose* optimal bestimmt werden kann. Als Maß für den Prognosefehler wird dabei die absolute Abweichung ($\sum |E_t|$, vgl. Tab. 5) benutzt. Die in Spalte (b) der Tab. 13 nur *auszugsweise* gezeigten Istwerte werden zur Bestimmung des optimalen Glättungsfaktors α benutzt.

Periode	Istwert	quadrat. Istwert	Prognosewert	Prognosefehler	absoluter Prognosefehler	quadrat. Prognosefehler	Differenz zwischen 2 Istwerten	quadrat. Differenz
t	A_t	A_t^2	F_t	$E_t = A_t - F_t$	$\|E_t\|$	E_t^2	$A_t - A_{t-1}$	$(A_t - A_{t-1})^2$
(a)	(b)	(c)=(b)*(b)	(d)	(e)=(b)-(d)	(f)=|(b)-(d)|	(g)=(e)*(e)	(h)=(b)-Vorg.	(i)=(h)*(h)
1	6,8	46,2	6,80					
2	7,9	62,4	6,80	1,10	1,10	1,2100	1,10	1,21
3	6,6	43,6	7,15	-0,55	0,55	0,3047	-1,30	1,69
...	...	...	...	...	...	...	...	...
11	8,0	64,0	7,65	0,35	0,35	0,1224	0,10	0,01
12	7,7	59,3	7,76	-0,06	0,06	0,0039	-0,30	0,09
13			7,74					
Summe	90,0	678,6	94,8	2,94	5,82	4,3786	0,90	7,93
Mittelw.	7,5	56,55	7,29	0,27	0,53	0,3981	0,08	0,72

Optimaler Glättungsfaktor α in Bezug auf die mittlere absolute Abweichung, MAA	
Optimaler Glättungsfaktor α	**0,32**
Statistische Maße für die Istwerte	
Arithmetisches Mittel der Istwerte	7,5
Standardabweichung der Istwerte	0,5447
Variabilitätskoeffizient der Istwerte (in Prozent)	7,26
Statistische Maße für den Prognosefehler	
Mittlere absolute Abweichung, **MAA**	**0,5291**
Ungleichheitskoeffizient von Theil, **U**	0,5522
Mittlere quadratische Abweichung, **MQA**	0,3981
Wurzel aus mittlerer quadratischer Abweichung, **WMQA**	0,6309

Tab. 13: Arbeitsformular zur Bestimmung verschiedener statistischer Maße für den Prognosefehler

Für den optimalen α-Wert des benutzten Zahlenbeispiels enthält Tab. 13 *auszugsweise* die Ist- und Prognosewerte, den Prognosefehler, sowie den absoluten und quadratischen Prognosefehler. Außerdem werden die Differenzen und quadrierten Differenzen zwischen 2 aufeinander folgenden Istwerten ausgewiesen. Mit den Spaltensummen lassen sich verschiedene statistische Maße für den Prognosefehler berechnen, die im Fuß der Tabelle zu sehen sind.

Der Algorithmus zur Bestimmung des optimalen Glättungsfaktors α besteht aus folgenden fünf Schritten (siehe Abb. 11):

a) Wähle einen kleinen Anfangswert für α (z. B. α = 0,01) und wähle einen hohen Anfangswert für die Summe der absoluten Prognosefehler, $\sum |E_t|$.
b) Glätte mit diesem α-Wert alle Istwerte der relevanten Zeitreihe.
c) Berechne dabei die Summe der absoluten Prognosefehler.

d) Vergleiche die alte und neue Summe der absoluten Prognosefehler. Wenn die neue Summe niedriger ist, dann wird damit die alte Summe aktualisiert und der dazugehörige α-Wert stellt den bisher besten Glättungsfaktor dar.

e) Wiederhole die Schritte b) bis d) mit einem schrittweise erhöhten α-Wert solange bis dieser gleich 1 ist oder die Summe der absoluten Prognosefehler nicht mehr abnimmt.

```
Hauptprogramm zur Ermittlung des optimalen Glättungsfaktors α
Öffne die Eingabedatei mit den relevanten Istwerten
Alpha                           ⇐ 0.01
Alpha_Optimal                   ⇐ 0
Minimaler_Fehler                ⇐ 999999
SOLANGE Alpha < 1.0
        Sum_Abs_Fehler          ⇐ 0
        Führe Unterprogramm Glaettung aus mit Alpha und Sum_Abs_Fehler
        WENN Sum_Abs_Fehler < Minimaler_Fehler, DANN ...
                Minimaler_Fehler    ⇐ Sum_Abs_Fehler
                Alpha_Optimal       ⇐ Alpha
        ENDE WENN
        Alpha ⇐ Alpha + 0.01
ENDE SOLANGE
Schließe die Eingabedatei
Zeige Alpha_Optimal und Minimaler_Fehler an
Ende des Hauptprogramms
------------------------------------------------------------------------
Unterprogramm Glaettung mit den Parametern Alpha, Sum_Abs_Fehler
Springe zum Dateianfang
Lese den ersten Istwert
Alter_Prognosewert              ⇐ Istwert
SOLANGE das Dateiende nicht erreicht ist, ...
        Prognosefehler          ⇐ Istwert - Alter_Prognosewert
        Sum_Abs_Fehler          ⇐ Sum_Abs_Fehler + |Prognosefehler|
        Neuer_Prognosewert      ⇐ Alter_Prognosewert + Alpha * Prognosefehler
        Alter_Prognosewert      ⇐ Neuer_Prognosewert
        Lese den nächsten Istwert
ENDE SOLANGE
Springe zum Hauptprogramm zurück
```

Abb. 11: Programmgerippe zur Bestimmung des optimalen Glättungsfaktors α für das Grundmodell der exponentiellen Glättung

Wenn $\alpha = 0.32$ gewählt wird, dann ist der mittlere absolute Prognosefehler MAA = 0,5291. (siehe Tab. 13). Alle anderen α-Werte führen zu einem höheren MAA-Wert (siehe Abb. 12).

- Wenn die Prognosewerte F_t auf 2 Nachkommastellen gerundet werden, ergibt sich unter sonst gleichen Bedingungen $\alpha_{optimal} = 0{,}29$.
- Wenn MQA statt MAA als Fehlermaß benutzt wird, ergibt sich unter sonst gleichen Bedingungen $\alpha_{optimal} = 0{,}31$.

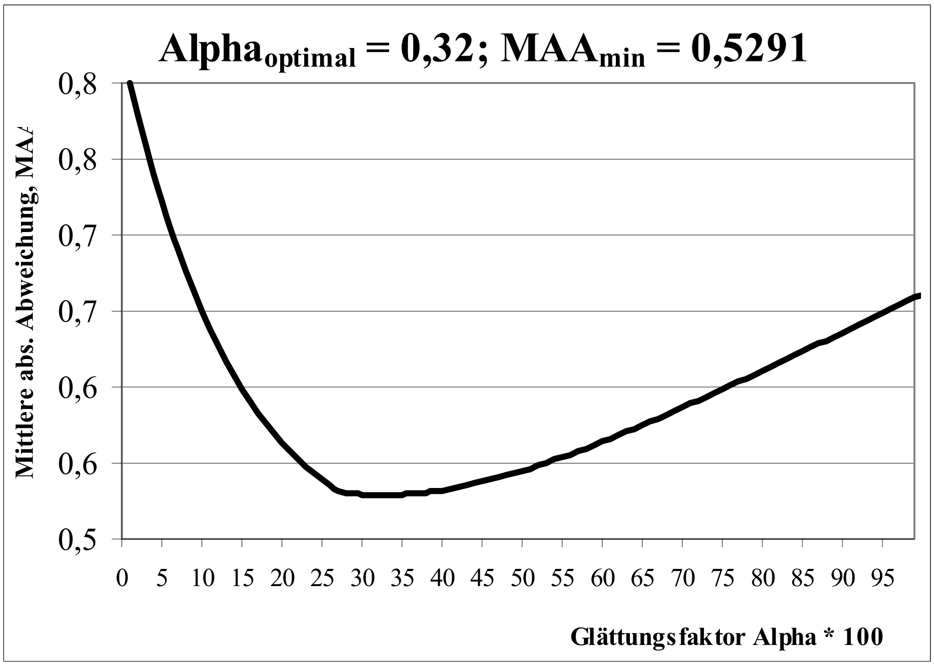

Abb. 12: Verlauf der Kurve der mittleren absoluten Abweichung (MAA) in Abhängigkeit vom Glättungsfaktor α

Abb. 13 zeigt alle 12 Istwerte und 13 Prognosewerte, also mehr Reihenwerte als in den Spalten (b) und (d) der Tab. 13 jeweils aufgelistet sind.

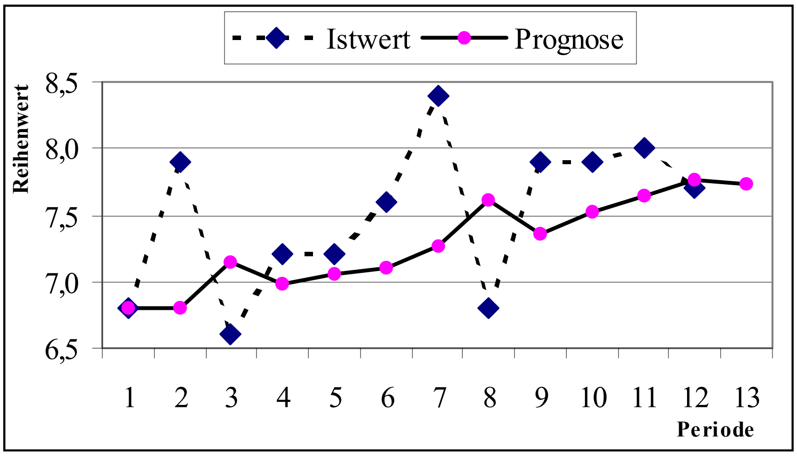

Abb. 13: Istwerte und Prognosewerte mit $\alpha_{optimal}$ = 0,32

Auf die Darstellung von Algorithmen zur simultanen Bestimmung optimaler Glättungsfaktoren für das Grund-, Trend- und Saisonmodell der exponentiellen Glättung wird verzichtet[18,19].

---

[18] Entsprechende Optimierungsverfahren sind u. a. zu finden in [GAY94, S. 385 und S. 393] sowie in [MON76, S. 276 - 286, insbesondere S. 290].

[19] Algorithmen und Computerprogramme zur Bestimmung optimaler Anfangswerte und Glättungsfaktoren für das Grund-, Trend- und Saisonmodell der exponentiellen Glättung sind beim Autor dieses Beitrags verfügbar.

3.5 Anfangswerte

Wenn die Prognoseformel des Grundmodells (siehe Tab. 10) zum ersten Mal eingesetzt wird, liegt noch kein alter Prognosewert F_t vor. Dieser wird jedoch benötigt, um die Prognosemethode in Gang zu setzen.

Der beste Anfangswert für den alten Prognosewert F_t des Grundmodells ist das arithmetische Mittel der entsprechenden Zeitreihe. Die Berechnung dieses statistischen Maßes der Lage ist jedoch vollkommen nutzlos, weil im Modul *"Lager"* nicht vorgesehen ist, dass ein Anfangswert vom Anwender erfasst werden kann.

Aus der Dokumentation des Moduls *"Lager"* geht hervor, dass der erforderliche Anfangswert für das Grundmodell wie folgt gesetzt wird[20]: $F_1 = A_1$. Für die Anfangswerte des Trend- und Saisonmodells fehlen solche genauen Angaben. Lediglich für die Saisonindizes des Saisonmodells ist eine Eingabemaske vorhanden. Deshalb wird im Folgenden gezeigt, wie die Saisonindizes aus einer Zeitreihe mit Saisonkomponente isoliert werden können. Dazu wird das Zahlenbeispiel aus Abschnitt 3.3 fortgesetzt, allerdings nur für die beiden Jahre 1997 und 1998.

Die Steigung b = 60 (siehe Formel (19)) der linearen Trendfunktion zeigt den jährlichen Zuwachs an. Der Zuwachs je Monat beträgt deshalb:

```
(20) Zuwachs je Monat = b /12 = 60/12 = 5
```

Dieses Zwischenergebnis[21] wird benötigt, um das arithmetische Mittel der Zeitreihenwerte gleicher Periodenzugehörigkeit (siehe Tab. 14, Spalte e) zu korrigieren. Die Korrekturwerte (siehe Tab. 14, Spalte f) werden wie folgt berechnet:

(21) $\text{Korrektur}_{\text{Monat}}$ = (Nummer des Monats - 1) * Zuwachs je Monat

Die restlichen Schritte zur Berechnung der Saisonindizes ergeben sich unmittelbar aus den Angaben in den Spaltenköpfen der Tab. 14. Wenn viele verbrauchsgesteuerte Artikel mit saisonal schwankendem Bedarf im Modul *"Lager"* verwaltet werden müssen, liegt die Programmierung des Verfahrens nahe.

In Abb. 14 werden die errechneten Saisonfaktoren als Saisonkurve (= Saisonnormale) graphisch dargestellt.

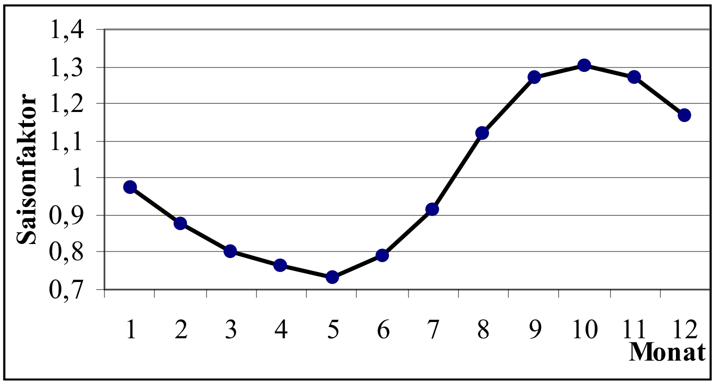

Abb. 14: Saisonfaktoren für 12 Monate gemäß Tab. 14, Spalte (h)

---

[20] Siehe [ORA94, S. 9-302]

[21] Die ermittelten Parameters des Lineartrends könnten unmittelbar als Anfangswerte für das Trendmodell der exponentiellen Glättung verwendet werden, das heißt, Basiswert B_0 = a = 434 (siehe Formel (19)) und Trendwert R_0 = b = 5 (siehe Formel (20)). Allerdings fehlt für diese Anfangswerte die Eingabemöglichkeit im Modul *"Lager"*.

Monat, **t**	Jahre (n= 2)		Summe der Monats-werte	Arithm. Mittel	Kor-rektur wg. Trend	Korri-giertes arithm. Mittel	Saison-faktor, $\mathbf{S_t}$
	1997	1998					
(a)	(b)	(c)	(d) = (b) + (c)	(e) = (d) / n	(f)	(g) = (e) - (f)	(h) = (g) / AM(g)
1	560	780	1340	670	0	670	0,9746
2	500	720	1220	610	5	605	0,8800
3	450	670	1120	560	10	550	0,8000
4	420	660	1080	540	15	525	0,7636
5	420	630	1050	525	20	505	0,7346
6	480	660	1140	570	25	545	0,7927
7	590	730	1320	660	30	630	0,9164
8	750	860	1610	805	35	770	1,1200
9	860	970	1830	915	40	875	1,2727
10	900	980	1880	940	45	895	1,3018
11	900	950	1850	925	50	875	1,2727
t = L = 12	850	870	1720	860	55	805	1,1709
Summe	7680	9480				8250	**12,0000**
Arithm. Mittel	640	790				AM(g) = 687,5	1,0000

Hinweis: Generell gilt: $\sum_{t=1}^{L} S_t = L$ wobei S_t die Saisonfaktoren u. L die Länge d. Saisonperiode symbolisiert.

Tab. 14: Arbeitsformular[22] zur Berechnung von Saisonindizes

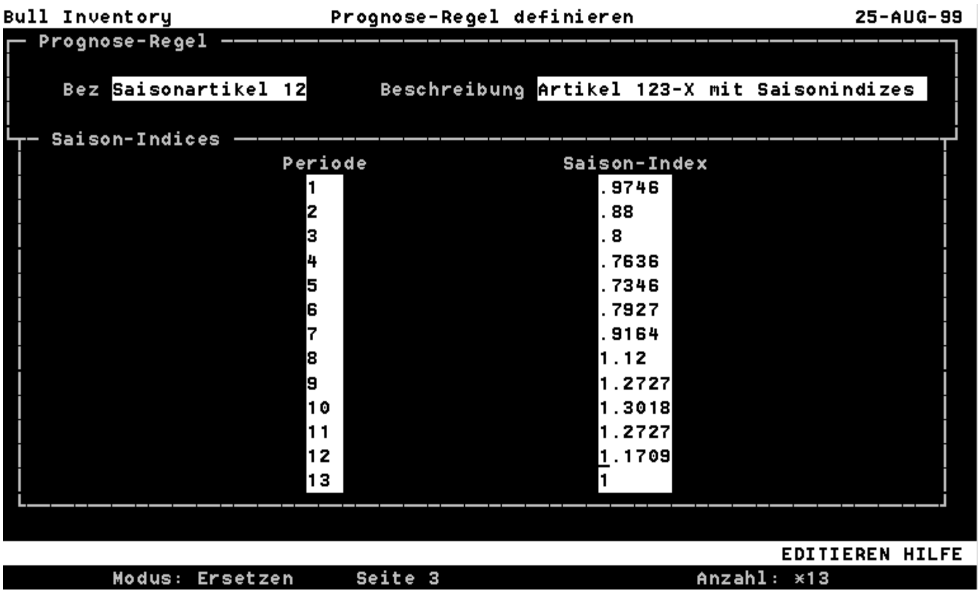

Abb. 15: Maske zur Erfassung von Saisonindizes (Menüpfad: Navigieren Einrichten Bezeichnungen PrognoseRegel)

Abb. 15 zeigt die Maske zur Erfassung der Saisonindizes aus Tab. 14. Die Bedingung, dass die Summe der Saisonfaktoren S_t der Länge L der Saisonperiode gleicht (siehe Tab. 14, unten), ist anfänglich gewährleistet, es sein denn, die Saisonfaktoren wurden falsch ermittelt oder erfasst. Durch wiederholte Neuberechnung der

[22] In Anlehnung am [YAM76, S. 320]

Saisonfaktoren kann diese Bedingung jedoch nicht immer strikt eingehalten werden. Durch erneute Normalisierung der Saisonfaktoren S_t am Ende der jeweiligen Saisonperiode könnte die Einhaltung der genannten Bedingung wie folgt erzwungen werden:

(22) $S_{t,\,neu} = (S_{t,\,alt} * L) / \sum_{t=1}^{L} S_{t,\,alt}$ für $t = \{1, 2, 3, ..., L\}$ immer dann, wenn t Modulo L = 0

Die wahlweise Anwendung dieses Ansatzes durch den Benutzer bedingt eine entsprechende Erweiterung des Saisonmodells der exponentiellen Glättung.

4. Schlussbemerkung

Der Verfasser gibt in diesem Artikel sein persönliches Verständnis und seine persönliche Beurteilung der Prognosemethoden der Oracle Anwendungen wieder.

5. Literatur

[CHI72] Chisholm, Roger K., Whitaker, Gibert R, jr., Forecasting Methods, 2nd ed., Richard D. Irwin, Inc., Homewood, Illinois, March 1972, ohne ISBN

[GAY94] Gaynor, Patricia E., Kirkpatrick, Rickey C., Introduction to Time-Series Modeling and Forecasting in Business and Economics, McGraw-Hill, New York u. a., 1994, ISBN 0-07-034913-4

[HAN83] Hansmann, Karl-Werner, Kurzlehrbuch Prognoseverfahren, Gabler Verlag, Wiesbaden 1983, ISBN 3-409-13444-1

[HÜT82] Hüttner, Manfred, Markt- und Absatzprognosen, Verlag W. Kohlhammer, Stuttgart, Berlin, Köln, Mainz, 1982, ISBN 3-17-007325-7

[KAP66] Kapferer, Clodwig, Disch, Wolfgang K. A., Absatzprognose, Kompendium der Absatzwirtschaft, Bd. 8, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen 1966, ohne ISBN

[MAK80] Makridakis, Spyros, Reschke, Hasso, Wheelwright, Steven C., Prognosetechniken für Manager, Gabler Verlag, Wiesbaden, 1980, ISBN 3-409-96081-3

[MEF77] Meffert, Heribert, Steffenhagen, Hartwig, Marketing-Prognosemodelle: Quantitative Grundlagen des Marketing, 1. Aufl., C. E. Poeschel Verlag, Stuttgart 1977, ISBN 3-7910-0187-6

[MON76] Montgomery, Douglas C., Johnson, Lynwood A., Forecasting and Time Series Analysis, McGraw-Hill Book Company, New York u. a., 1976, ISBN 0-07-042857-3

[ORA94] Oracle Corporation, Oracle Inventory Reference Manual, Volume 3, Part No. A12991-2, March 1994

[SMI78] Smith, Bernard T., Focus Forecasting: Computer Techniques for Inventory Control, CBI Publishing Company, Inc., Boston 1978, ISBN 0-8436-0761-0

[SMI91] Smith, Bernard T., Focus Forecasting and DRP: Logistics Tools for the Twenty-first Century, 1st ed., Vantage Press, New York 1991, ISBN 0-9876-5432-1

[THO74] Thormählen, Volker, Ein computergestütztes Produktionsplanungssystem für Rezepturbetriebe, Gabler Verlag, Wiesbaden 1974, ISBN 3-409-34242-7

[WAR63] Ward, D. H., Comparison of Different Systems of Exponentially Weighted Prediction, in: The Statistician, Vol. 13 (1963), No. 3, S. 173-185

[WIN60] Winters, Peter R., Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages, in: Management Science, Vol. 6 (1960), No. 3, S. 324 - 342

[YAM76] Yamane, Taro, Statistik, 2 Bände, Fischer Verlag, Frankfurt a. Main 1976, ISBN 3-436-02226-8

6. Kontaktadresse

Dr. Volker Thormählen
Bull GmbH
Theodor-Heuss-Str. 60-66
D-51149 Köln-Porz
Tel. + 49 (2203) 305-1719
Fax: + 49 (2203) 305-1699
Email: v.thormaehlen@bull.de